

第2章

マーケットデザインの実践に向けて：進捗報告*

小島武仁（東京大学）

小田原悠朗（東京大学）

近年、マッチング理論とマーケットデザインの応用は多くの発展を遂げている。この論文では、この研究分野からいくつかのトピックをピックアップし、我々の研究について説明する。特に保育園、組織内人事、労働市場などのさまざまな文脈で現れる制約に対処するための理論的方法を議論する。また、実用化のための手段として、新たに設立された東京大学マーケットデザインセンター（UTMD）についても紹介する。JEL 分類番号：C78, D47, D71。

キーワード：マッチング理論，マーケットデザイン，保育園の入園枠割り当て，労働市場，人員配置，東京大学マーケットデザインセンター（UTMD）

Date : March 1, 2022.

小島：東京大学大学院経済学研究科，fuhitokojima1979@gmail.com.

小田原：東京大学大学院経済学研究科，h.bay.odahara@gmail.com.

- * この論文は、2021年の日本経済学会・中原賞受賞記念講演のために作成されたものである。鎌田雄一郎、成田悠輔、前田真吾、松下旦、森脇大輔、渡辺安虎の諸氏から有益なコメントをいただいた。青井七海氏、鶴田翔也氏に貴重な研究支援をいただいた。JSPS 科研費21H04979の助成に深く感謝する。本論文は、Japanese Economic Review (Springer Nature) 73巻3号（2022年）掲載の論文“Toward market design in practice: a progress report”を日本経済学会の依頼に基づき日本語訳したものである。

1. はじめに

私たちは、一生の間にたくさんの「マッチング問題」に直面する。就職市場では求職者と雇用者のマッチング問題があり、学校への入学に際しては学生と学校のマッチング問題がある。小さな子どもを持つ親にとって、保育園・幼稚園の入園枠を探すことは、悩ましいマッチング問題である。ワクチンなどの医療資源の割り当ては、大規模なマッチング問題であり、世界的なパンデミックを機に注目を集めている。

マッチング理論とは、個人と個人、個人と組織、個人と商品・サービスなど、さまざまな主体を望ましい形でマッチさせる方法を研究するものである。その起源は、少なくとも Gale and Shapley (1962) による画期的な理論的貢献、および Roth (1984) による経済学的応用にまで遡る。

この分野の特筆すべき点は、マッチングの問題を抽象的に研究するだけでなく、理論を現実に応用させることにある。この分野では、いくつかの卓越した実装の取り組みがかなりの成功を収めている。例えば、医療マッチングとそれに関連する労働市場 (Roth and Peranson, 1999; Roth, 2002)、学校選択 (Abdulkadiroğlu and Sönmez, 2003)、教育におけるクラス割り当て (Sönmez and Ünver, 2010; Budish and Cantillon, 2012)、移植臓器の割り当て (Roth, Sönmez, and Ünver, 2004, 2005, 2007) などがある。この応用分野はマーケットデザインと呼ばれており、そこでは実際の現場でのマッチングメカニズムのデザイン、およびその経験から得られる学術的な問題が重視されている。

この論文では、マッチング理論やマーケットデザインにおける興味深いいくつかのトピックについて説明する。その際、研究と実践の相互作用を重視する点で、マッチング理論とマーケットデザインの伝統を踏襲する。特に、現場で知られている代表的な実装の取り組みを説明するだけでなく、私たち自身の過去と現在の取り組みについても説明する。この領域での私たちの挑戦は現在も進行中であり、そのため「進捗報告」というタイトルになっている。

この論文は次のように展開される。Section 2では、基本的なマッチングモ

デルと古典的な成果を紹介する。Section 3では、私たちの継続的な活動の中核となる機関である UTMD を紹介する。Section 4では、マッチング理論を実践的な問題に応用するための UTMD のプロジェクトを紹介する。最後に、Section 5で結論を述べる。

2. 基本的なフレームワーク

本節では、主に Kojima (2017) に倣って、単純な2部マッチングモデルを紹介する。この理論は、「医師と病院のマッチング」などの市場に広く適用されているため、その用語を使ってモデルを説明する。もちろん、同じモデルを使って、子どもと保育園のマッチング (Section 4.1) や、組織内の従業員と部門のマッチング (Section 4.2) など、さまざまな状況を分析することができる。

医師の有限集合と病院の有限集合があるとする。一般的な医師を i, j などとし、一般的な病院を A, B などとする。各医師は最大で1つの病院とマッチングことができ、1つの病院を複数の医師とマッチングすることができる。と仮定する (この特性を持つモデルを many-to-one マッチングモデルと呼ぶ)。各医師 i は、病院の集合と (どの病院ともマッチしないという) 「外部オプション」 \emptyset 上に選好 \succ_i を有する。全体を通して、各医師の選好は厳密であると仮定する。任意の医師 i と任意の病院 (または外部オプション) のペア A, B に対して、 $A \succ_i B$ または $A = B$ の場合に限り、 $A \succeq_i B$ と記述する。 $A \succ_i \emptyset$ の場合、病院 A が医師 i にとって受け入れ可能であるという。

前段で紹介した医師に関する表記や用語は、病院にも同じように使われる。しかし、病院の選好の特徴については議論が必要である。1つの病院が複数の医師とマッチングされる可能性があるため、各病院が個々の医師間だけではなく、医師の部分集合間に対する選好関係を持っていると仮定する必要がある。原則として非常に一般的な選好がありうるが、本稿では、病院の選好は (個々の医師に対する選好における) 感応性という条件を満たすものと仮定する。この条件は、病院が医師 (の集合) と外部オプション上に選好の順序を持ち、病院に

対するあらゆる応募者の集合からの最適な選択が、(個々の医師に対する前述の選好順序に従って) 最も好ましい受け入れ可能な医師を、定員まで受け入れることであることを必要とする。

感応性の仮定により、私たちの分析では、受け入れ可能な相手に対するランキングのみが重要であるとわかった。これによって、選好を記述する際は受け入れ可能な相手のみに対する選好リストを記述すればよい。そこで例えば、 A 病院を最も好み、 B 病院を2番目に好み、外部オプションを3番目に好み、それ以外の病院は受け入れられない、という医師 i の選好関係を $\succ_i: A, B$ と表すことにする。

マッチング μ とは、各医師の配属結果、すなわち、割り当てられた病院や外部オプションを指定する関数である。例えば、マッチング μ で医師 i が A 病院とマッチし、 B 病院がどの医師ともマッチせず、医師 j がどの病院ともマッチしない場合、以下のように記述する。

$$\mu = \begin{pmatrix} A & B & \emptyset \\ i & \emptyset & j \end{pmatrix}.$$

マッチング μ は、(i) 医師や病院が市場反対側のエージェントのうちで自らにとって受け入れ不可能な相手とマッチングされていない、(ii) 医師が複数の病院とマッチングされない、(iii) 病院が定員以上の医師とマッチングされていない、という条件を満たすとき、**個人合理性**を満たすという。また、 μ に従ってマッチされたままでは、お互いにマッチングされることを好む(ただし、 μ におけるパートナー(の一部)とのマッチを解消することも許される) 医師と病院のペアを**ブロッキングペア**という。マッチングが個人合理性を満たし、かつブロッキングペアが存在しない場合、そのマッチングは**安定**であるという。

メカニズムとは、選好プロファイルの集合からマッチングの集合への関数である。メカニズムは、真の選好を報告することが、他のエージェントによるあらゆる可能な報告に対する最適反応の1つである場合、**耐戦略性**を満たすという。耐戦略性は、メカニズムが成功するための重要な特性と考えられている。しかし、耐戦略性と安定性は一般的には両立しないことが知られている。具体

的には、すべての考えうる選好プロファイルに関して安定マッチングを生成する、耐戦略性を満たすメカニズムは存在しない (Roth, 1982)。このような否定的な結果を受け、医師に対してのみ耐戦略性があることを求めることがこの研究分野の標準となっている。メカニズムは、真の選好の報告が、他のエージェントによるすべての考えうる報告に対する各医師の最適反応である場合、医師にとって耐戦略性を満たすという。

この問題では、Gale and Shapley (1962) によって提案された、以下のような(医師提案型) 受入保留アルゴリズム (Deferred Acceptance Algorithm) が重要な役割を果たす。

- ステップ 1 : それぞれの医師は第 1 希望の病院に応募する。各病院は優先順位に応じて上から医師を暫定的に仮マッチとし、定員を超えた希望医師と、応募してきた医師の中で受け入れ不可能な医師をすべて拒否する。

一般的には、任意の $t=1, 2, \dots$ に対して

- ステップ t : どの病院とも仮マッチされていない各医師は、その次に希望する病院に応募する (受け入れ可能なすべての病院に断られた場合、どの病院にも応募しない)。各病院は、新たにオファーしてきた医師と前段階で暫定的に残しておいた医師を合わせて検討し、優先順位に応じて上から医師を暫定的に仮マッチとし、定員を超えた希望医師と、応募してきた医師の中で受け入れ不可能な医師をすべて拒否する。

このアルゴリズムは、拒否が起こらない最初のステップで終了する (明らかに、有限回のステップで終了する)。Gale and Shapley (1962) は、このアルゴリズムでどんな選好プロファイルをインプットしても安定なマッチングを生成することを示している。このアルゴリズムは、全体を通して重要な役割を果たしており、何度も選考することから、Deferred Acceptance の略称である DA と呼ぶ (受入保留アルゴリズムの病院提案版は、類似した方法で定義することができるが、本稿では、アルゴリズムの医師提案版に着目するので今回は紹介しない)。

すべての考えられる選好プロファイルに関して安定マッチングを生成する耐戦略的なメカニズムは存在しないが、DA は医師に対して耐戦略性を満たす

(Dubins and Freedman, 1981 ; Roth, 1982). この結果は、社会実装に大きな意味がある。例えば、子どもと保育園のマッチングでは、耐戦略性を満たすメカニズムの方が、耐戦略性を満たさないメカニズムよりも保護者の真の選好について信頼性の高いデータが得られるため、行政機関は、保護者の真の要望に基づいて適切な保育サービスを提供することができる¹⁾。また、組織内の従業員や部門間の人員配置において、戦略的な「駆け引き」による従業員間の不和のリスクを軽減し、従業員が本当に望むキャリア形成を促進するために、耐戦略的なメカニズムが必要であると考えられる。

3. 東京大学マーケットデザインセンター (UTMD)

この分野での私たちの研究活動、特に社会実装活動は、東京大学の新しい研究センターである「東京大学マーケットデザインセンター (UTMD)」と密接に関連している。ここで簡単に説明する。

著者の1人である小島武仁は、2003年に日本で学士号を取得した後、研究の大半を米国で行い、ハーバード大学で博士課程の学生(2003年~2008年)、イェール大学でポストドク(2008年~2009年)、最後にスタンフォード大学で教員(2009年~2020年、2011年~2012年にコロンビア大学でサバティカル)として過ごした。東京大学への移籍を検討していたときに、新たな研究センターを設立するというアイデアが浮上した。この分野の研究機関は日本ではまだ少なく(慶應義塾大学のような例外もある)、小島の専門性や東大の教授陣を考慮すると、東大に新しい機関を設立するのは良いアイデアであると思われた。結局、このアイデアは実現し、小島の東京勤務が始まると同時に、2020年秋にセンターが設立された。

センターがスタートした当初、中心となる3人の教員(松島斉、神取道宏、小島)が関わり、小島がセンター長、神取と松島が副センター長に就任した。

1) 実際にアルゴリズムを運用する際には、エージェントは、アルゴリズムが耐戦略的であることを理解せずに行動してしまう可能性がある。私たちは、アルゴリズムが耐戦略的であることを、わかりやすく説明するよう注意しなければならない。

その後、センターは大幅に拡大した。本論文を書いている2021年夏の時点で、30人以上の研究者がさまざまな形でセンターに所属している。当初の3名に加えて、経済学部とセンターの両方を担当する野田俊也講師と萱場豊講師、UTMDを主な所属とする今村謙三と小田原悠朗の2名の研究員、2名の事務補佐員、そして東京大学などの学生である約10名のリサーチ・アシスタントがいる。

当センターのミッションは大きく分けて2つある。1つ目は、大学らしくマーケットデザインの基礎研究を進めることである。2つ目は、研究の実用化を進めることであり、この点で一般的な大学の研究機関とは一線を画している。

このセンターの性質上、UTMDは学外の多くのグループと協力している。UTMDには設立1年目にして、約40の機関からマーケットデザインによる課題解決のための相談依頼が寄せられ、そのうちのいくつかの機関と連携を開始した。共同事業には、学術的なものもあれば、望ましいと思われるメカニズムを実装することに重点を置いたものもある。また、長期的な産学連携に加えて、マーケットデザインの知見を喫緊の課題に迅速に適用する取り組みも行っている。例えば、「新型コロナウイルス感染症」の予防接種システムの課題解決では、東京大学エコノミックコンサルティング株式会社（UTEcon）と共同で新型コロナウイルスのワクチン接種システムの課題解決に取り組んだ²⁾。

UTMDのミッションには、純粋な学術研究者だけでなく、学術的な見識と実践的な知識を兼ね備え、外部との交流や調整ができる人材が必要である。本論文の著者の1人である小田原は、この役割を担っている。東京大学経済学部で学士号と修士号を取得した後、スポットコンサルのためのマッチングプラットフォームを提供するスタートアップ企業、株式会社ビザスクに勤務した。小田原はビザスクでのキャリアにおいて、専門家と専門家の知見を求める企業との間を取り持つことを多く経験した。現在、小田原はUTMDのフルタイムメンバーであり、センター運営業務の多くを担当している。

現時点ではこのような形になっているが、私たちのセンターはまだ始まった

2) UTEconは、東京大学の子会社として設立された、経済学者の学術的な知識を企業等の課題解決に活用するためのコンサルティング会社である。UTEconには、東京大学をはじめとする大学の教員がアドバイザーとして参加している。

ばかりであり、最適なコラボレーションの形態は時間とともに進化していくだろう。私たちは、日々の活動の中でセンターのオペレーションに精通していく「ラーニング・バイ・ドゥーイング」のような取り組みを展開している。次のセクションでは、UTMD が今行っているプロジェクトの一部を紹介する。

4. UTMD による実装プロジェクト

UTMD は、マーケットデザインの知見を活かして、さまざまな社会課題の解決に取り組んでいる。ここでは、UTMD の取り組みの一部を紹介する。

4.1 保育園不足の解消

私たちは、日本の保育園不足を解消するための活動を行っている。このプロジェクトは、東京に本社を置くテクノロジー企業、株式会社サイバーエージェントの GovTech 開発センターと AI Lab との共同プロジェクトである。また、東京都の多摩市や渋谷区など、複数の自治体と提携している。私たちのチームには、この論文の著者とカリフォルニア大学バークレー校/UTMD の鎌田雄一郎、そしてサイバーエージェントの森脇大輔、竹浪良寛、富田耀志、安井翔太がいる。まず、Kamada and Kojima (2021) に基づいて、制度の詳細を説明する。

4.1.1 背景と制度の詳細

多くの国で、保育サービスには大きな補助金や規制が設けられており、日本も例外ではない。スウェーデンなどとは異なり、日本の制度では、保護者に保育園の枠が保証されていない。保育園の定員は限られているため、応募者の多くはマッチされず、保護者にとって保育園の入園枠割り当てはとりわけ大きな問題となっている。

日本では、保育サービスは多額の補助金を受けており、保育料は、各自治体が低水準で決定している³⁾。そのため、当然のごとく、都市部を中心とした多くの自治体では、保育サービスの需要が供給を上回っている。保育園不足の間

題は、近年、非常に政治的に取り上げられている。最も注目すべき出来事としては、2016年に掲載された匿名の母親によるブログ記事のタイトル、「保育園落ちた日本死ね!!!」という言葉が流行し、大きな抗議運動になった。安倍首相はこのブログ記事を国会で取り上げ (Osaki, 2016)、その後5年間で30万人以上の保育定員を増やす政策を実施した (首相官邸, 2017)。保育園の定員を公平に増やすことは、現在も多くの政治家にとって最重要課題の1つであり、実際に、人口トップ10の自治体の首長の全員が、保育園問題の解決を大きな政治課題として掲げている。このように注目されているにもかかわらず、2020年4月現在、12,439人の待機児童がいると言われている (厚生労働省, 2020)。

この市場のいくつかの特徴は、マーケットデザインアプローチによる社会実装の格好のターゲットであることを示唆している。まず、すでに指摘したように、保育市場は需要超過である。過剰な需要を管理するために、自治体はアルゴリズムを使って保育園の定員を割り当てている (保護者は保育園の希望順位を記入した用紙を提出する)⁴⁾。さらに、保育園の定員はほとんどが年度初めに割り当てられる (年度途中で空き枠が出て、追加募集を行うのはごくわずかである)。こうした特徴から、ちょうど大半のマッチング理論の研究で想定されているように、各年の割り当てを1つの静的な問題として扱うのが良い近似となる。もう1つの興味深い事実は、自治体が正式な配属ルールに従っていることである。

一般的な議論では、保育に割かれるリソースや政府予算の量に焦点が当てられることが多いが、利用できるリソースには限りがあるため、より多くのリソースを割くことが難しい場合がある。このような制限があっても、以下に述

-
- 3) 子ども1人あたりの平均月額保育料は、2012年時点で20,491円である (厚生労働省, 2014)。その後、政府はかなりの割合の家庭を対象に保育サービスを無料化した。
- 4) この論文では、**認可保育園**に焦点を当てている。なお、日本には認可外保育園も存在する。しかし、一部の都市部を除き、その規模は必ずしも大きくない。2016年には、保育園に入園している子どもの93.5%もが認可保育園に通っている (厚生労働省, 2017)。考えられる理由としては、認可外保育園は費用が高いこと (一般的に、少なくとも認可保育園と同様の公的な補助は受けられない)、一般的に平均して質が低いとみなされていることなどが挙げられる (Asaki, kambayashi, and Yamaguchi, 2015)。そのため、本稿では認可保育園のみを対象としている。

べるように、保育枠の割り当てを賢く設計すれば、多くの家庭の状況を改善できる。

4.1.2 課題1：コンピュータを使った入園枠割り当て

1つ目の問題は、この論文を読んでいる人にとっては当然のことであるかもしれないが、非常に重要な問題である。単純に、入園枠割り当ては非常にコストがかかる。申請者は通常、紙の書類に手書きで記入し、郵送または市役所に直接提出する必要がある。市の職員は、それを読んで、Microsoft Excelなどのスプレッドシートプログラムに入力する必要がある。そして、あらかじめ決められた割り当てルールに従って、市の職員がスプレッドシートを見ながら、各応募者の結果を手入力していく。

ここには明らかな改善の余地がある。空き枠の割り当ては、あらかじめ決められた手順で行われるため、コンピュータを使ったアルゴリズムが非常に有効な分野である。実際、DAなどの多くのマッチングアルゴリズムは非常に高速に動作することが知られており、数千人の応募者がいる場合でも、それらのアルゴリズムは、一般的なラップトップコンピュータでも数秒以下で割り当てを決定することができる。人力による割り当ては、複数の担当者が数日から数週間かけて行うことがあるので、これは大幅な効率化である。

幸い、近年、この分野の自動化が進んでいる。例えば富士通は、いくつかの自治体にDAのバリエーションを用いてマッチングサービスを提供している⁵⁾。富士通のシステムを導入している自治体の正確な数は把握していないが、私たちがお付き合いのある複数の自治体から、最近、富士通のようなコンピュータを使ったマッチングサービスを導入したという話を聞いた。また、私たちのパートナーであるサイバーエージェントをはじめとする他の企業も、保育園の割り当て作業の自動化に取り組んでいる。例えば、我々と多摩市、渋谷区との共同研究のプレスリリースでは、マッチング手順の効率化の取り組みが紹介されている⁶⁾。

5) <https://pr.fujitsu.com/jp/news/2018/11/12.html>, 2021年8月13日に最終アクセス。

6) <https://www.cyberagent.co.jp/news/detail/id=26171>, <https://www.cyberagent.co.jp/news/detail/id=26232>, 2021年8月12日に最終アクセス。

コンピュータのアルゴリズムは、手動によるシステムに比べて圧倒的に高速であるが、計算上の問題もある。保育園の申し込みで大きな問題となるのが、兄弟姉妹の存在である。保育に適した年齢の兄弟がいる親の多くは、兄弟姉妹全員を1つの保育園に入れるか、少なくとも近くの保育園に入れたいと考えている。これは選好の補完性の1つの形態であり、医療マッチングの文脈では、求職者の中には、互いに近い職場を求めるカップル（夫婦など）もいるということで、よく研究されているテーマである。カップルが存在する場合、安定マッチングが必ずしも存在しないことはよく知られており（Roth, 1984）、安定マッチングが存在する場合でも、その発見は計算上困難である。しかしながら、Kojima, Pathak and Roth（2013）は、NRMPのように参加者が多い市場では、高い確率で安定マッチングが存在し、NRMP で使われている既存のアルゴリズム（Roth and Peranson, 1999）で見つけることができることを示している。入園枠割り当てにおける兄弟姉妹とのマッチングも同様に、安定マッチングが存在しない可能性があるが、私たちのチームが採用しているアルゴリズムを含め、既存のアルゴリズムでは、通常、安定マッチングを見つけることができる。しかし、これで問題が完全に解決したわけではない。例えば、複数の安定マッチングが存在する可能性があり、現在のマッチングアルゴリズムが「最も望ましい」安定マッチングを見つけることは保証されていない⁷⁾。この問題を研究するためには、Kojima（2015）のような、すべての安定マッチングを見つけるアルゴリズムが役に立つのではないかと想定しているが、現時点では推測の域を出ない。

4.1.3 課題2：保育リソースを年齢層別に柔軟に割り当てる

日本では、保育園は新年度の開始時点で0歳から5歳までの子どもを対象としている。我々は、保育園の枠割り当ての問題について主に以下の2点に着目した。1つ目は、子どものケアに必要な1人あたりのリソースが子どもの年齢

7) カップル（労働市場）や兄弟（保育園割り当て問題）が存在する場合の「最も望ましい安定マッチング」の意味については、私たちの知る限りでは、コンセンサスが得られていない。安定マッチングの望ましさを判断する基準は、用途次第ではないかと考えられる。

層によって異なる点である。国の規則では、保育士と子どもの比率が定められており、0歳児については3人に1人以上の保育士を配置しなければならないが、1～2歳児は6人に1人、3歳児は20人に1人、4～5歳児は30人に1人以上の保育士を配置することになっている（内閣府、2017）⁸⁾。このような制約は、明らかに従来検討してきた制約とは異なっている。そこで、より一般的な上限制約に基づいてマッチング問題を考える必要がある。2つ目は、真の制約自体は定員制約ではないにもかかわらず、大半の自治体では、各年齢の保育園の受け入れ数を固定し、異なる年齢間での移動はできないものとして扱い、事実上、人為的な定員制限を設定している点である。

非定員制約を実施することは、管理上の観点から非現実的だと思われるかもしれない。しかし、保育園の配置を改善しなければならないという大きなプレッシャーの中で、人為的な定員制約を何らかの方法で緩和し、「より柔軟な」配置を試みている自治体もある。具体的には、特定の年齢の枠が余っている保育園に、需要が超過している年齢の子どもをより多く入園させる政策を、場当たりのみではあるが、導入している⁹⁾。このような政策は、上手く設計され、実施されれば非常に効果的である。ところが実際には、さまざまな施設の特徴から、需要の高い保育園でも年長児の空きがある一方で、年少児の需要は過剰であることが多いことがわかる。例えば、鈴木（2018）は、2017年時点で、日本では約19万件（全年齢、認可・非認可保育園を含む）の空きがあると指摘し、そのかなりの部分が年長児向けの枠の供給過剰であるとしている。2020年4月現在、1歳と2歳の子どもの割合はサービスを受けている子どもの総数の35.0%に過ぎないが、待機児童に占める割合は77.2%に達している（厚生労働省、2020）。

8) 国の規定では、年齢に応じたスペースと子どもの比率が定められており、例外やルールの違いがある。しかし、私たちの分析ではこれらは無視している。自治体は国の規制よりも厳しい規制を設けることができるが、今回シミュレーションを行った山形市をはじめ、多くの自治体では、国の規制に沿って保育士と子どもの割合を決めている。保育士と子どもの比率、スペースと子どもの比率などの仕様に基づいてシミュレーションを行い、本稿で報告した主要な結論が頑健であることを確認した。

9) 横浜市、川崎市、さいたま市、仙台市など、人口の多い自治体で導入されている。詳しくは、Okumura (2018) を参照。

保育園のような一般的なマッチング問題では、セクション2で定義したような安定マッチングが存在しない場合がある。

Example 1. 4人の子ども i_1, i_2, i_3, i_4 を1つの保育園 s に通わせたいとする状況を考える。 $\succ_s: i_1, i_2, i_3, i_4$ 子ども i_1 および i_3 が保育園のリソースの1/2を消費し、子ども i_2 および i_4 がリソースの1/4を消費するとする。この場合、保育園が受け入れることのできる組み合わせは $\{i_1, i_2, i_4\}, \{i_1, i_3\}, \{i_2, i_3, i_4\}$ およびその部分集合である。 s が自分の定員を超えない範囲で優先順位に従って子どもを選択した場合、マッチング μ は次のようになる。

$$\mu = \begin{pmatrix} s & \emptyset \\ i_1, i_2, i_4 & i_3 \end{pmatrix}.$$

しかしながら、 (s, i_3) がブロッキングペア ($i_3 \succ_s i_4$ かつ $s \succ_{i_3} \emptyset$) であるため、 μ は安定でない。一方で、マッチング

$$\mu' = \begin{pmatrix} s & \emptyset \\ i_1, i_2 & i_3, i_4 \end{pmatrix}$$

は、 (s, i_4) がブロッキングペア ($i_4 \succ_s \emptyset$ and $s \succ_{i_4} \emptyset$) であるため、どちらも安定でない。同様に逐一調べることで、この市場には安定マッチングがないことを確認することができる。□

安定マッチングが存在しない場合、以下の特性を満たすマッチングに注目する。マッチング μ は、重み付けされた定員などの割り当てに関する制約を満たす場合、**実現可能**であると言われる。マッチング μ において、任意の子ども i, j を考える。その際に i が j のマッチング先を、自身のマッチング相手よりも好んでおり、 j のマッチ先における優先順位が j より i の方が上であるような状況が存在しないとき、マッチング μ は公平であるという。私たちは、個人合理性、実現可能性、公平性を満たすマッチングに注目している。例1では、 μ および μ' がそれぞれ個人合理性を満たし、実現可能であることを示している。一方で、 μ は公平ではなく、 μ' は公平である。

Kamada and Kojima (2021) は、**学生に最適な公平なマッチング (student-**

optimal fair matching: SOFM) を，個人合理性を満たし，実現可能で，かつ公平なマッチングの中で，すべての応募者にとって最も望ましい結果を達成するマッチングと定義している．応募者同士の利害が一致しないことはよくあるが，SOFM では，応募者全員が（公平マッチングの中では）利害の不一致なくベストマッチすることを求めている．この論文で分析した保育園のマッチング問題では，SOFM が必ず存在することが判明した．

前述の3つの条件を満たすマッチングの中で，保育枠を割り当てられた応募者の数は SOFM のもとで最も多い．他方，いずれかの条件を無視することで，より多くの子どもたちが保育枠に割り当てられる可能性がある．例1では，公平ではないマッチング μ は，SOFM である μ' よりも多くの子どもを受け入れている．現実において望ましいアルゴリズムとは何かを知るために，著者たちは応募者の実際のランキングや保育園のデータを調べたり，自治体の担当者と密に連絡を取り合ったりしている．

4.2 労働者の生活向上

労働者がどの職場に配属されるかを決定するアルゴリズムを分析する．この問題では，地域やオフィスなど，グループ間の偏りを抑えるような制約をかける．

4.2.1 日本における研修医マッチング

このセクションでは，雇用市場の設計における私たちの取り組みを説明する．具体的には，日本での研修医のマッチングについて，Kamada and Kojima (2015) をベースに考察する．日本政府は2003年に研修医の中央集権的なマッチング制度を導入したが，当初採用された方式は DA であった．しかし政府は，DA で都市部に多くの研修医が配置され，逆に地方での研修医不足が深刻化したとの批判を受けた．これを受け政府は，「地域別上限枠（都道府県別上限）」という規制を導入した．地域別上限枠では，全国47の地域（都道府県）ごとに，その地域に配置される研修医の数が，その地域で定められた上限を超えてはならないことになっている．

地域別上限枠は都道府県ごとに設定されているが，最も厳しい規制を受けた

のは東京、京都、大阪などの大都市圏であった。例えば、規制導入直前の2008年に東京と大阪の病院による募集総数は、それぞれ1,582人と860人であったが、その後の地域別上限枠はそれぞれ1,287人と533人となっている。京都府では、2008年に353名の募集をしたにもかかわらず、新たな地域別上限枠は190名であったため、ほぼ50%の減少となった¹⁰⁾。全国47都道府県のうちの34都道府県が、拘束力のある地域別上限枠の対象となっている。つまり、その地域別上限枠は、2008年の募集総数よりも小さいのである。

このような制約を受ける現実の問題は、日本の研修医マッチングだけではない。むしろ、形式的にはこれと同等の政策が数多く存在する。中国の大学院入学はその一例である。ここでは入学許可数は、アカデミック志向の修士課程に上限枠を設ける政令によって規制されている（この政策の動機は、プロフェッショナル志向の修士課程の学生数を増やすことにある）。ウクライナやハンガリーでは、大学の一部の枠が国費で賄われており、国の予算制約を受けているため、国費で賄われているすべての枠の「地域」は、上限枠の制約を受けることになる（Biro, Fleiner, Irving, and Manlove, 2010; Kiselgof, 2012）。さらに、人員配置の問題に直面している企業は、個々の部門だけでなく、部門のグループに対しても制約を受ける可能性がある。ここで、各部門のグループを地域と対応付けると、人員配置の問題と地域上限制約の下での研修医マッチングは、同型の問題として扱うことができる。人員配置の問題については、Section 4.2.2で詳しく説明する。

実際には制約条件のあるマッチング問題が多く存在するが、それらの市場で使用されている既存のソリューション（メカニズム）には設計上の欠陥がある。具体的には、効率性または安定性、あるいはその両方が欠けている。この点を説明するために、日本のメカニズムを具体的なケースとして、Kamada and Kojima (2015) から引用した以下の例を紹介する（他の制約付きマッチング市場も同様の欠陥を抱えている）。

10) 実際には、計画されていた変更の規模があまりにも大きかったため、政府は、暫定的に最初の数年間は1年あたりの削減量を一定の範囲内に制限する規定を設けた。

Example 2. JRMP (医師臨床研修マッチング協議会) メカニズムは、現在日本で使用されているメカニズムであり、地域別上限枠に直面したときに、おそらく最も一般的なメカニズムでもある。このメカニズムは、実際の病院の定員の代わりに、目標定員と呼ばれる外生的に与えられた人為的な定員を使用するという点を除いて、DA と同じである。各病院の人為的な定員は、その病院の実際の定員以下で、各地域において、その地域の病院全体の人為的な定員の合計が地域別上限枠を超えないようになっている。

JRMP メカニズムの問題点を説明するために、次のような例を挙げる。地域は1つだけで、その地域の上限枠は10である。この地域には、 A および B の2つの病院があり、それぞれの病院の定員は10名である。また、10名の研修医、 i_1, \dots, i_{10} がいる。病院 A および B はともに、 i_1 を i_2 より、 \dots, i_9 を i_{10} より、 i_{10} を外部オプションより好む。研修医 i_1, i_2 , ならびに i_3 は、 A を外部オプションより、外部オプションを B より好み、その他の研修医はすべて、 B を外部オプションより好み、外部オプションを A より好む。

この例では、各病院の定員の和は20であり、地域の上限枠の倍となっている。そこで、各病院の目標定員を真の定員の半分である5と置いた JRMP メカニズムを考える。この目標定員設定は日本での慣行に近いものである。JRMP の最初のステップでは、研修医 i_1, i_2 , および i_3 が A 病院に応募し、それ以外の研修医は B 病院に応募する。病院 A は、今回のステップで応募してきた研修医の数が目標定員を超えておらず、応募者全員が受け入れ可能であるため、このステップでは誰も拒否しない。一方、病院 B は、 i_9 および i_{10} を拒否し、他の研修医を受け入れる。これは、同病院の実際の定員には達していないものの、病院に応募する研修医の数が目標定員よりも多いためである。研修医 i_9 および i_{10} にとって A は受け入れ不可能なので、この時点で JRMP メカニズムは終了する。このアルゴリズムの結果は、次のようなマッチングで与えられる。

$$\mu = \begin{pmatrix} A & B & \emptyset \\ i_1, i_2, i_3 & i_4, i_5, i_6, i_7, i_8 & i_9, i_{10} \end{pmatrix}.$$

次に、以下で定義される別のマッチング μ' を考えよう。

$$\mu' = \left(\begin{array}{cc} A & B \\ i_1, i_2, i_3 & i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10} \end{array} \right).$$

マッチング μ' は、地域の上限枠を満たしているため、実現可能である。さらに、すべてのエージェントは、マッチング μ' において μ のときと同等かそれ以上に好ましい相手とマッチングする。したがって、この環境では JRMP メカニズムは非効率的なマッチングになると結論づけることができる。

また、この問題では、JRMP メカニズムの結果は必ずしも安定ではないことに注意する。これは、例えば、病院 B と研修医 i_9 がブロッキングペアであり、しかも μ では地域の上限枠にまだ余裕があるためである。そのため、 i_9 が B と再マッチしたとしても、地域の研修医総数は9名となり、地域の上限枠である10名よりも少なくなる。ここでは、制約下での安定性の正式な定義を示すことは控えるが（正式な定義と分析については、Kamada and Kojima (2015, 2017) を参照）JRMP メカニズムの結果は、あらゆるもっともらしい安定性の概念に違反していると言ってもよいだろう。□

先に一部述べたように、Kamada and Kojima (2015) は、他にも中国の大学院進学、イギリスの医療マッチング、スコットランドの教師マッチングなどの事例を研究している。これらの環境はすべて地域別上限枠の問題と同型であり、これらの市場で使用されているメカニズムは効率性と安定性を欠いていることを発見した。

既存のメカニズムの問題点は、DA のような既知のメカニズムの一見自然なバリエーションであるにもかかわらず、改造の結果、元のメカニズムの良い特性が失われていることである。問題の一部は、どのような特性（公理）を維持する必要があるかを（あまり）考慮せずに、どちらかという場合当たりの修正を行っていることにあるようである。私たちのアプローチは、「こうあって欲しい」という規範的性質を明示的に導入し、それを満たすメカニズムを設計することである。この考えに基づいて Kamada and Kojima (2015) は、効率性、安定性、誘因整合性などを実現した新しいメカニズムを導入する。彼らの柔軟受入保留 (flexible deferred acceptance : FDA) アルゴリズムは、DA の

バリエーションの1つで、アルゴリズムの各ステップに「補欠合格者処理」の段階を設けている点を除けば、JRMP メカニズムと同じである。直感的に言えば、補欠合格者処理段階では、ある地域の各病院の人為的な定員を柔軟に調整する。

ここでは、FDA をより正確に説明する。まず、どの研修医もマッチしていないマッチングから始める。そして、各ステップ $t=1,2,\dots$ は以下のように進む。

- ステップ t : どの病院とも仮マッチされていない各研修医は、その次に希望する病院に応募する（受け入れ可能なすべての病院に断られた場合、どの病院にも応募しない）。
 - フェーズ 1: 各病院は、新たにオファーしてきた研修医と前段階で暫定的に残しておいた研修医を合わせて検討し、優先順位に応じて受け入れ可能な研修医を上から目標の定員まで暫定的に仮マッチとし、次に好ましい受け入れ可能な研修医を真の定員まで補欠合格者とし、それ以外の研修医を拒否する。
 - フェーズ 2: 外生的に固定された順序に関して、最初の病院を選ぶ。補欠合格者の中に希望者がいて、その病院の地域で仮にマッチした研修医の総数が、その病院の地域別上限枠を厳密に下回る場合、その病院は補欠合格者の中から最も希望する研修医を仮に受け入れることにする。同じ手順を2つ目の病院にも適用し（再び、外生的に固定された順序に関して）、同様の手続きを行う（そして最後の病院の後、1つ目の病院に戻る）。処理すべき研修医がいなくなったら、補欠合格者として残っているすべての研修医を拒否し、次のステップに進む。

このアルゴリズムは、拒否が起こらない最初のステップで終了する。研修医や病院の数が有限であることを考えると、このアルゴリズムは DA と同じく有限のステップで終了することがわかる。上記のアルゴリズムの終了時点でのマッチングを出力するメカニズムを **FDA メカニズム** と定義する。

FDA は DA と似ているが、生成されたマッチの実現可能性を保証する、つまり、地域別上限枠の制約を満たすものである。FDA の JRMP との違いは、

補欠合格者処理により、病院が柔軟に研修医を受け入れることができる点である。具体的には、FDA アルゴリズムのフェーズ1は、JRMP のフェーズと同じであるが、フェーズ2では、対応する地域の上限枠がまだ埋まっていない限り、病院は補欠合格者リストから（一時的に）多くの研修医を受け入れることができる。FDA は、この補欠合格者処理の段階で、日本のメカニズムの非効率性を解消する。一般的に、Kamada and Kojima (2015) は、FDA が地域別上限枠がある中で、制約下で安定で効率的なマッチングを生み出すことを証明している。例えば先程の例では、病院の真の定員や地域の上限枠にも拘束されていないにもかかわらず、人為的な定員によって研修医 i_9 および i_{10} が病院 B から拒絶されるため、JRMP メカニズムに非効率が生じている。FDA アルゴリズムでは、フェーズ2で病院 B が補欠合格者から研修医 i_9 および i_{10} を受け入れることで、このような非効率性を排除している。

効率と安定性に加えて、誘因整合性はマッチングメカニズムにとって重要な特性である。Kamada and Kojima (2015) は、FDA は研修医にとって耐戦略性を満たすことを示している。さらに、FDA のメカニズムが生み出すマッチングは、研修医にとって JRMP の結果よりもパレート優位であることを示している。言い換えれば、各研修医は JRMP の結果よりも FDA の結果を弱く好むということである。この結果により、JRMP から FDA にメカニズムが変更された場合、マッチングされていない研修医の数は等しいか減少するということも導かれる。

実装の際には、より良いメカニズムによる改善の大きさが、おそらくコストがかかるであろう新たなメカニズムの導入を正当化できるほど十分に大きいかどうか重要な問題となる。この問題を進展させるために、Kamada and Kojima (2015) は、数値解析を行っている。シミュレーションには、人為的に作成したデータを使用している。具体的には、研修医と病院の選好は、一定の分布に沿ってランダムに生成され、モデルのパラメータは、日本の研修医マッチングの公開データに合わせて設定されている。そして、制約のない当初の DA、JRMP および FDA の下で、それぞれ何人の研修医がマッチし、何人の研修医がマッチしないかを計算する。彼らはまず、地域別上限枠によって、アンマッチになる研修医がかなり多くなることを発見した。制約のない DA では、約8,300人

の研修医のうちの約800人がアンマッチとなり、これは、JRMP メカニズムの1,400人よりも大幅に少ない。また FDA が、地域別上限枠による損失の大部分を排除していることもわかった。FDA のメカニズムでは、およそ1,000人の研修医がアンマッチとなっているが、これは制約のない DA に比べて200人しか増えていない。そして、JRMP におけるアンマッチ数（1,400人）よりもはるかに小さい。なお、シミュレーション方法や数値結果などの詳細については、Kamada and Kojima（2015）を参照されたい。

明らかに、上記の数値研究の重要な限界は、人為的に作成されたデータに基づいていることである。Kamada and Kojima（2015）は、公表されているデータに合わせて数値モデルのパラメータを設定したとはいえ、完全に一致しているわけではないことは明らかである。例えば、JRMP のアンマッチ研修医数は、シミュレーションでは約1,400人となり、地域別上限枠が導入された前後の年に約300人であった実際の数よりもはるかに多くなっている¹¹⁾。よりリアルなシミュレーションを行うために、研修医マッチングの実データを入手したいと考えている。

4.2.2 企業における新入社員の配属

また、民間企業の人材配置においては、特定の地域や部門に社員が偏らないようにする必要がある。また、企業の人事においては、従業員を未配置の状態にすることは許されないのが普通である。このような理由からか、日本企業では、配属先を決める際に、少なくともどちらかの側（部門や従業員）の意向を無視することが多かった。

私たちは組織における人事配置の改善方法を検証し、実際に改善を支援することを目的としたチームを立ち上げた。私たちのチームには、著者たちに加え松下旦と成田悠輔がいる。日本の医療機器メーカーであるシスメックス株式会社と提携し、マッチング理論を人的資源割り当てに応用している。第1弾として、2021年4月に入社した社員の配属先を FDA で決定した。

11) https://jrmp2.s3-ap-northeast-1.amazonaws.com/koho/2007/2007kekka_koho.pdf
2021年8月29日に最終アクセス。

当初の計画にはなかった FDA の採用であるが、ミーティングで企業のニーズの聞き取りをしていくうちに、そのメリットが次第に明らかになっていった。彼らの問題の特徴の1つは、複数の部門が、「部門グループ」とでも呼ぶべき大きなユニットに属していることである。例えば、会社の1つの研究施設の中に複数の研究チームがあり、施設全体だけでなく個々の研究チームにも上限制約が課せられている場合や、営業担当者の場合、個々の営業所だけでなく地域ごと（札幌、仙台など）にも上限制約が課せられている場合などがある。この設定は、各部門を病院に、各部門グループを地域と読み替えると、地域別上限制約下での研修医マッチングの設定と同じになることがわかる。そのため、この設定では、FDA が魅力的なマーケットデザインのアプローチになると思われた。

そして実際に、このケースでは FDA が役に立った。私たちは、部門ごとに定員を設定するという JRMP 方式のアルゴリズムを使うこともできると企業の担当者に説明したが、このようなメカニズムは効率の低下を招く可能性があることを説明した。同社の担当者は、JRMP 方式のデザインよりも FDA の方が効率的であることを認め、採用した。FDA を導入した際には、参加者から提出された実際のデータを用いて、従来の JRMP スタイルのデザインにこだわった場合に起こったと考えられるパフォーマンスと比較をした。その結果 FDA は、従業員のマッチングを改善し、その改善の大きさは非常に大きいことがわかった（詳細な分析はここでは行わず、これから執筆されるフルペーパーに盛り込まれる予定である）。全体的には、部署や社員の希望を取り入れつつ、割り当てに関する企業の実務的な問題を解決することができた。

私たちが対応しようとしている重要な研究課題の1つは、マッチングメカニズムの長期的な影響をどのようにして測定するかということである。理論的には、新しいメカニズムによって従業員（そしておそらく部門リーダーも）の満足度が向上し、企業のパフォーマンスにも影響を与える可能性がある。しかし、実証的には、FDA 導入の長期的な影響はまだ測定されておらず、今後も継続的に観測していく予定である。一方、これまでに参加者から寄せられた予備的なフィードバックによると、社員や部門には非常に望ましい結果が割り当てられており、例年に比べて満足度やモチベーションが高いと報告されている。こ

のように満足度が高い理由として、参加者は、自分の好みを形成して正式なマッチングに参加する過程で、自分の好みや相手へのアピールについて真剣に考えさせられたことを挙げている。この点は、マッチング理論の従来の分析では無視されたり、軽視されたりすることが多いようであるが、実用上の重要性は高く、さらなる検証が必要かもしれない。

5. 結論

この論文では、マッチング理論の最近の進歩と、メカニズムを実際に実装するための私たちの活動を概観した。最後に、私たちの実装の取り組みがどのように研究を豊かにし、またその逆も可能であるかを考察する。

研究と実用化の関係を考えると、20年前ならともかく、今の時点では研究が実用化に役立つことは当然のことにように思える。研修医マッチング、学校選択、臓器割り当て、周波数オークションなど、制度設計に成功した実例は数多くある。これは、保育園の割り当てや日本の研修医マッチング、企業の社内人材配置など、私たちのプロジェクトにも現れているようである。ここで重要な問いについて考える。それは、その「逆」はどうかということである。実用化することで研究が進むとしたら、どのようなものであろうか。あるメカニズムがどのような特性を持っているかを研究者が数学的に証明したら、その実装というのは、既存の知識を「応用する」のに過ぎないのではないだろうか？

私たちは、実用的な実装が研究のアイデアの源となり、研究を豊かにすることができると考えている。例えば、人事異動に関心のある複数の企業と話をしていると、企業内の各部門は、部門の予算制約を満たす限り、社員に提供するポジションの種類をいくつにするかを自由に決められる場合が多いことがわかった。ここでの設定は、ポジションによってコストが異なるため、FDAのメカニズムをそのまま利用することはできず、Section 4.2.2で述べたグループごとの共通制約よりも一般的なものとなっている。しかし、この制約は Kamada and Kojima (2015) で分析された一般的な実現可能性制約を満たしている。その論文では、一般的な制約の下で安定マッチングを見つけるアルゴリズム

ムを提供しているが¹²⁾、このようなアルゴリズムは応募者にとって必ずしも耐戦略的ではないことも確認されている。この問題を解決するための継続的な取り組みとして、私たちは最近、安定マッチングを見つけるだけでなく、予算制約の下で応募者にとって耐戦略的なアルゴリズムを発見した。現在、この新メカニズムが意図した用途で実用的かどうか、とりわけ新設計に伴う意図しない悪影響がないかどうかを評価している。

また、この種の例としては、保育園の割り当てに関するものもある。保育制度の詳細や、保護者や自治体関係者などさまざまなステークホルダーとの対話を重ねるうちに、市区町村の境界線が効率的な保育枠の配置を妨げていることが明らかになってきた。現状では、各自治体の保育園は主にその自治体の住民を対象としている。自治体が他地区の住民による応募を認めていても、その優先順位は住民よりも低く設定されており、入所の可能性が非常に低い一方で、応募にはコストがかかる（各自治体に個別に申請書を提出する必要があるかもしれない）ことも手伝ってか、このようないわゆる「越境入園」は非常に少ない。日本には1,700以上の自治体があり、それぞれの自治体が比較的小さな人口と地域にしかサービスを提供していないことを考えると、これは大きな問題だと思われる。また保育園が、自分の住んでいる自治体ではなく、職場の近くにあると便利だと感じる親も多いだろう（東京のような大都市圏では特にそうである）。この問題を定式化した鎌田雄一郎と小島の研究では、ある自治体の保育園に入園した非居住者の数と、他の自治体の保育園に入園したその自治体の居住者の数が等しいという「バランスのとれた交換」制約の下で公平な中でパレート効率的なマッチングを行うアルゴリズムを発見した¹³⁾。

これらは、研究知見適用の実用的な問題から学ぼうとする私たちの取り組みが直接の動機となった研究アイデアの1つである。私たちがUTMDの協力を得て行っているような研究者と実務者の交流は、社会全体に利益をもたらすだけでなく、研究そのものを豊かにするものだと確信している。

12) より正確には、安定性を弱めた「弱安定性」という性質を満たす。詳細な定義は煩雑なため省略する。

13) Hafalir, Kojima, and Yenmez (2018) は、このようなバランスのとれた交換制約が標準的な安定性条件と両立する条件を研究している。

【参考文献】

- Abdulkadirođlu, A., and T. Sönmez (2003) : “School Choice : A Mechanism Design Approach,” *American Economic Review*, 93, 729–747.
- Asai, Y., R. Kambayashi, and S. Yamaguchi (2015) : “Childcare Availability, Household Structure, and Maternal Employment,” *Journal of the Japanese and International Economies*, 38, 172–192.
- Biro, P., T. Fleiner, R. Irving, and D. Manlove (2010) : “The College Admissions Problem with Lower and Common Quotas,” *Theoretical Computer Science*, 411 (34–36), 3136–3153.
- Budish, E., and E. Cantillon (2012) : “The Multi-unit Assignment Problem : Theory and Evidence from Course Allocation at Harvard,” *American Economic Review*, 102, 2237–2271.
- 内閣府 (2017) : “子ども・子育て支援新制度について,” <https://www8.cao.go.jp/shoushi/shinseido/outline/pdf/setsumei.pdf>, Accessed on 2021-01-19.
- Dubins, L. E., and D. A. Freedman (1981) : “Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm,” *American Mathematical Monthly*, 88, 485–494.
- Gale, D., and L. S. Shapley (1962) : “College Admissions and the Stability of Marriage,” *American Mathematical Monthly*, 69, 9–15.
- Hafalir, I. E., F. Kojima, and M. B. Yenmez (2018) : “Interdistrict School Choice : A Theory of Student Assignment,” *Available at SSRN 3307731*.
- Kamada, Y., and F. Kojima (2015) : “Efficient Matching under Distributional Constraints : Theory and Applications,” *American Economic Review*, 105(1), 67–99.
- (2017) : “Stability Concepts in Matching with Distributional Constraints,” *Journal of Economic Theory*, 168, 107–142.
- (2021) : “Fair Matching under Constraints : Theory and Applications,” *forthcoming, Review of Economic Studies*.
- Kisegof, S. (2012) : “Matching Practices for Universities–Ukraine,” <http://www.matching-in-practice.eu/index.php/matching-inpractice/universities/ukraine>.
- Kojima, F. (2015) : “Finding All Stable Matchings with Couples,” *Journal of Dynamics & Games*, 2(3&4), 321.

- (2017) : *Recent Developments in Matching Theory and Their Practical Applications* vol. 1 of *Econometric Society Monographs*, p. 138–175. Cambridge University Press.
- Kojima, F., P. A. Pathak, and A. E. Roth (2013) : “Matching with Couples : Stability and Incentives in Large Markets,” *Quarterly Journal of Economics*, 128, 1585–1632.
- 厚生労働省 (2014) : “地域児童福祉事業等調査結果の概況,” <http://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jidou/12/dl/kekka-01.pdf>.
- 厚生労働省 (2017) : “平成27年度認可外保育施設の現況取りまとめ,” http://www.mhlw.go.jp/file/04-Houdouhappyou-11907000-Koyoukintoujidoukateikyoku-Hoikuka/0000112872_1.pdf.
- 厚生労働省 (2020) : “保育所等関連状況取りまとめ,” <https://www.mhlw.go.jp/content/11922000/000678692.pdf>.
- Okumura, Y. (2018) : “School Choice with General Constraints : A Market Design Approach for Nursery School Waiting Lists Problem in Japan,” Discussion paper, forthcoming, *Japanese Economic Review*.
- Osaki, T. (2016) : “Angry Blog Post Sparks Movement for Improved Day Care,” *the Japan Times*, <https://www.japantimes.co.jp/news/2016/03/07/national/angry-blog-post-sparksmovement-for-improved-day-care/>.
- Roth, A. E. (1982) : “The Economics of Matching : Stability and Incentives,” *Mathematics of Operations Research*, 7, 617–628.
- (1984) : “The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents : A Case Study in Game Theory,” *Journal of Political Economy*, 92, 991–1016.
- (2002) : “The Economist as Engineer : Game Theory, Experimentation, and Computation as Tools for Design Economics, Fisher-Schultz Lecture,” *Econometrica*, 70, 1341–1378.
- Roth, A. E., and E. Peranson (1999) : “The Redesign of the Matching Market for American Physicians : Some Engineering Aspects of Economic Design,” *American Economic Review*, 89, 748–780.
- Roth, A. E., T. Sönmez, and U. Ünver (2004) : “Kidney Exchange,” *Quarterly Journal of Economics*, 119, 457–488.

- (2005): “Pairwise Kidney Exchange,” *Journal of Economic Theory*, 125, 151–188.
- (2007): “Efficient Kidney Exchange: Coincidence of Wants in Markets with Compatibility-Based Preferences,” *American Economic Review*, 97, 828–851.
- 首相官邸 (2017): “待機児童対策,” <https://www.kantei.go.jp/jp/headline/taikijido/index.html>.
- Sönmez, T., and U. Ünver (2010): “Course Bidding at Business Schools,” *International Economic Review*, 51(1), 99–123.
- 鈴木亘 (2018): 『経済学者、待機児童ゼロに挑む』新潮社.